

Cambridge International AS & A Level

CANDIDATE NAME					
CENTRE NUMBER			CANDIDATE NUMBER		

MATHEMATICS 9709/33

Paper 3 Pure Mathematics 3

October/November 2022

1 hour 50 minutes

You must answer on the question paper.

You will need: List of formulae (MF19)

INSTRUCTIONS

- Answer all questions.
- Use a black or dark blue pen. You may use an HB pencil for any diagrams or graphs.
- Write your name, centre number and candidate number in the boxes at the top of the page.
- Write your answer to each question in the space provided.
- Do not use an erasable pen or correction fluid.
- Do not write on any bar codes.
- If additional space is needed, you should use the lined page at the end of this booklet; the question number or numbers must be clearly shown.
- You should use a calculator where appropriate.
- You must show all necessary working clearly; no marks will be given for unsupported answers from a calculator.
- Give non-exact numerical answers correct to 3 significant figures, or 1 decimal place for angles in degrees, unless a different level of accuracy is specified in the question.

INFORMATION

- The total mark for this paper is 75.
- The number of marks for each question or part question is shown in brackets [].

This document has 20 pages. Any blank pages are indicated.

•••••		••••••	••••••	•••••	•••••	 	••••••	••••••	.
						 			· • • •
••••••	•••••	•••••	•••••	•••••		 	•••••	••••••	· • • •
				•••••		 			· • • •
••••••	•••••	•••••	•••••	•••••		 	•••••	•••••	· • • •
				•••••		 			· • • •
						 			.
••••••	•••••	•••••	•••••	•••••		 	•••••	••••••	· • • •
				•••••		 	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	.
			•			 	•	•	
		•••••	•••••	•••••	•••••	 	•••••	•••••	· • • •
				•••••		 			· • • •
••••••	•••••	•••••	•••••	•••••		 	•••••	•••••	•••
				•••••		 			· • • •
	•••••					 			.
		,				 ,			•
••••••		•••••	•••••	•••••		 	••••••	••••••	• • • •

coefficients.							implifyin
•••••••••••••••••••••••••••••••••••••••	•••••	••••••	••••••	••••••	••••••••••••	•••••	•••••
•••••							•••••
•••••		••••••••••	•••••	•	•	••••••	•••••
•••••			•••••				
			•••••				
••••••		•	•••••	•	•	••••••	
••••••			•••••		•••••••••••	•••••	
			•••••				
••••••							
							•••••

Find the exact value of $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sec^2 x dx$.	

	$x = 2t - \tan t,$	$y = \ln(\sin 2t)$
	$x - 2t - \tan t$,	$y = \min(\sin 2t),$
for $0 < t < \frac{1}{2}\pi$.		
Show that $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \cot t$.		[5]

5

(a) On a sketch of an Argand diagram, shade the region whose points represent complex numbers z

))	Find the greatest value of $\arg z$ for points in the shaded region.	[2
b)	Find the greatest value of $\arg z$ for points in the shaded region.	
))		
))		
))		
)		
•)		
))		
)		

© UCLES 2022 9709/33/O/N/22

x and y are i	icui.						
•••••	••••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	••••••	•••••	•••••
•••••	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••
				•••••		•••••	
•••••	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••
•••••	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	
						•••••	
	••••••	•••••	•••••		•••••	•••••	•••••
				•••••		•••••	
•••••	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••
						•••••	
•••••		•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••
							,
						•••••	

•	
_	
•	
•	
•	
•	
•	
•	
•	
•	
•	
•	
•	
•	
•	
٠,	

							•••••	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • • •	
				•••••								
			•••••				•••••			•••••		
	•••••											
		• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••		•••••	•••••		•••••	•••••	•••••	•••••
•••••	•••••	•••••	•••••	•••••		•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••
••••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••
											•••••	
••••••	••••••	••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	••••••	••••••	••••••	••••••	••••••	•••••	••••••	••••••	••••••
	•••••	•••••	•••••	•••••			•••••		•••••		•••••	•••••
		•••••										
•••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••		•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••
••••••	••••••	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••
•••••		•••••	•••••				•••••		•••••			•••••
				• • • • • • • • • • • • • • • •								
•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••••		•••••		•••••			•••••
		•••••										

SHOW	that $p = 3$	$(1-e^{-p}).$								
•••••	•••••	••••••	•••••		•••••	•••••	•••••		••••••	•••••
· • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••				•••••	•••••	•••••			•••••
						•••••	•••••			
••••••	••••••	•••••	•••••••	••••••	••••••	•••••••	•••••	•	••••••	•••••
	•••••	••••••	••••••		••••••	•••••	•••••		••••••	•••••
••••••			•••••				•••••		•••••	•••••
••••••	•••••	••••••	••••••	••••••	••••••	•••••	•••••	••••••	••••••	•••••
			•••••				•••••		•••••	•••••
							•••••			
										•••••
	•									•••••
•••••	•••••	••••••	••••••		••••••	•••••	•••••	••••••	••••••	•••••
			••••••				•••••			•••••
							•••••			
•••••	•••••	••••••	••••••	••••••	•••••	•••••	•••••	••••••	••••••	•••••
•••••										•••••
										•••••

8

••••••	••••••		••••••	••••••••••••	•••••••••••	••••••
•••••	•••••					•••••
••••••••••	••••••		••••••	••••••••••		•••••
•••••			••••••		•••••••	•••••
					• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •
	•••••	•••••				
				nart (a) to det	ermine n corre	ect to 2 de
Use an itera		based on the	equation in		ermine p corre	ect to 2 de
Use an itera	tive formula	based on the	equation in		ermine p corre	ect to 2 de
Use an itera places. Give	tive formula to the result of	based on the each iteration	equation in to 4 decima	l places.	ermine p corre	
Use an itera places. Give	tive formula to the result of	based on the each iteration	equation in to 4 decima	l places.		
Use an itera places. Give	tive formula to the result of	based on the each iteration	equation in to 4 decima	l places.		
Use an itera places. Give	tive formula to the result of	based on the each iteration	equation in to 4 decima	l places.		
Use an itera places. Give	tive formula to the result of	based on the each iteration	equation in to 4 decima	l places.		
Use an itera places. Give	tive formula to the result of	based on the each iteration	equation in to 4 decima	l places.		
Use an itera places. Give	tive formula to the result of	based on the each iteration	equation in to 4 decima	l places.		
Use an itera places. Give	tive formula to the result of	based on the each iteration	equation in to 4 decima	l places.		
Use an itera places. Give	tive formula to the result of	based on the each iteration	equation in to 4 decima	l places.		
Use an itera places. Give	tive formula to the result of	based on the each iteration	equation in to 4 decima	l places.		
Use an itera places. Give	tive formula to the result of	based on the each iteration	equation in to 4 decima	l places.		

9	With respect to	the origin O ,	the position	vectors of the	points A, E	B and C are	given by

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

The midpoint of AC is M and the point N lies on BC, between B and C, and is such that BN = 2NC.

(a)	Find the position vectors of M and N . [3]
(b)	Find a vector equation for the line through M and N . [2]

© UCLES 2022 9709/33/O/N/22

A and B .						
						•••••
						•••••
•		•••••	••••••	•	•	•
						• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •
		•••••				•••••
•••••	•••••	•••••	••••••		••••••	••••••
		•••••				
		•••••	•••••		•••••••••••	•••••
						•••••
••••		•••••	•••••••	•••••••••••	•••••••••••	•••••
						••••••
		•••••				
		•••••				•••••
		•••••				•••••
			•••••			••••••

10	A gardener is filling an ornamental pool with water, using a hose that delivers 30 litres of water per minute. Initially the pool is empty. At time t minutes after filling begins the volume of water in the pool is V litres. The pool has a small leak and loses water at a rate of $0.01V$ litres per minute.							
	The	differential equation satisfied by V and t is of the form $\frac{dV}{dt} = a - bV$.						
	(a)	Write down the values of the constants a and b . [1]						
	(b)	Solve the differential equation and find the value of t when $V = 1000$. [6]						

 •••••

11	Let $f(x) = -$	$\frac{5 - x + 6x^2}{(3 - x)(1 + 3x^2)}.$	
	2001(00)	$(3-x)(1+3x^2)$	

(a)	Express $f(x)$ in partial fractions.	[5]

•••••	,				•••••	
			•••••			
•••••						
•••••		••••••			•••••	
•••••		••••••	•••••	•••••••••••	•••••	
•••••						
•••••			•••••			
	•••••					
•••••	•••••	••••••	•••••	••••••••••	•••••	·····
•••••						
•••••						
•••••	,	•••••	•••••		•••••	
•••••						
•••••						
••••••		••••••	,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,		•••••	
•••••		••••••	•••••	•••••••••••••••••••••••••••••••••••••••		
•••••						,
					•••••	

Additional Page

If you use the following lined page to complete the answer(s) to any question(s), the question number(s) must be clearly shown.						
	••					
	••					
	••					
	••					
	••					
	••					
	••					
	••					
	••					
	••					
	••					
	••					
	••					